Matemáticas Financieras

Asociación Mexicana de Inversionistas

Temario

1. Interés Simple
2. Interés Compuesto
3. Tasas equivalentes
4. Interés Continuo
5. Anualidades
6. Amortización constante
7. Fondos

Valor del dinero en el tiempo

El valor del **dinero en el tiempo se** refiere al cambio que podría tener el **dinero** frente al poder adquisitivo en el presente con respecto al futuro.

- Inflación creciente
- Riesgo ante la falta de ingresos

Valor del dinero en el tiempo

Actualmente el dinero no tienen un valor por sí mismo. Es una representación de la riqueza que tiene un país. Debido a esto, cuando el dinero circulante no puede ser respaldado por las reservas y la generación de riqueza, disminuye su valor.

Tipos de tasas

- **Tasas Nominal:** Es la rentabilidad obtenida en una operación financiera que se capitaliza de forma simple.
- **Tasa Efectiva:** Es la rentabilidad obtenida al final anualizada, pero con capitalización de intereses.
- **Tasa Real:** Es la rentabilidad nominal de un activo descontando la pérdida de valor del dinero a causa de la inflación.
- **Tasa constante:** Es la tasa de flujo que no cambia apreciablemente durante un periodo de capitalización corto

Tasas equivalentes

Las tasas equivalente son aquellas que anualizadas generan la misma cantidad de intereses sin importar su periodo de capitalización.

Asociación Mexicana de Inversionistas

Asociación Mexicana de Inversionistas

¿Qué es el interés?

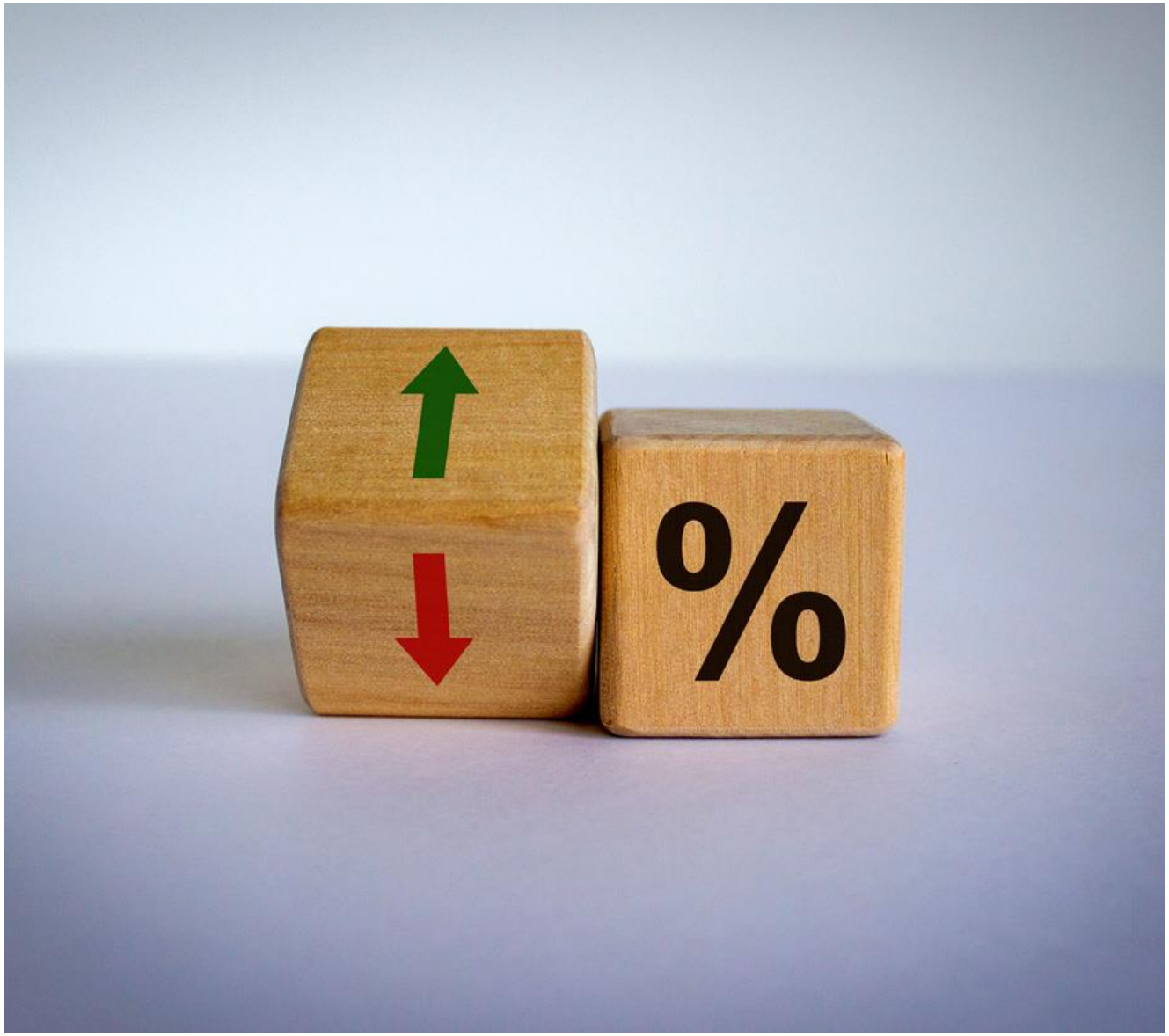
El interés es una cantidad de dinero que se genera en un período de tiempo durante el cual se mantiene una inversión, ahorro o préstamo. Es la rentabilidad que produce el capital inicial. Las tasas de interés se expresan en base 100.

Interés simple

Es aquel interés que es calculado y pagado sobre el capital inicial durante cierto período. Al vencerse dicho lapso, los intereses generados no son considerados para ser reinvertidos en el capital, por lo que este se mantiene igual.

¿Cuál es mejor tasa?

1. **25.37% s.a. con pagos anuales**
2. **4.228% s.a. con pagos bimestrales**
3. **2.5% s.a. con pagos mensuales**



X.X% → NOMBRE

2.5% → SIMPLE ANUAL

Características del Interés Simple

1. El capital no va a variar en el período que dure la operación (30 días, 60 días, 90 días, etc.)
2. Cada vez que inicie un nuevo período de inversión o crédito, el interés se mantendrá igual.
3. El interés se calcula y se paga sobre el capital inicial.
4. Elementos que lo componen:
    1. Capital Inicial
    2. Tasa de Interés
    3. Tiempo de inversión

EQUIVALENCIAS TASAS SIMPLES ANUALIZADAS

Un 30% s.a con un pago al final del periodo es lo mismo que 2.5% anual con pagos mensuales. (NO CAPITALIZA)

TASA% (×/÷) PERIODOS DE PAGO

$$0.30 / 12 = 0.025 = 2.5\%$$

$$0.025 * 6 = 0.15 = 15\%$$

Calcular Interés Simple

Para calcular la el interés generado sobre un capital se requiere utilizar la siguiente fórmula:

$$I = VP * n * i$$

VF = Valor futuro o Monto generado.
VP = Valor presente o Capital.
i = Tasa de interés simple anual.
I = Interés.
n= Plazo en años.

Fórmulas de Interés simple

$$I = VP * n * i$$

$$\mathrm{I} = \mathrm{VF} - \mathrm{VP}$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + i * n)}$$

$$VF = VP * (1 + i * n)$$

VF = Valor futuro o Monto generado.
VP = Valor presente o Capital.
i = Tasa de interés simple anual.
I = Interés.
n= Plazo en años.

Calcular Interés Simple

Calcular el interés pagado que se generaría sobre un capital de $250,000 pesos a una tasa del 5% simple anual (s.a.) durante un período de 2 años.

I = 250,000 * 0.05* 2

I = 25,000

VF = 275,000

Problema 1

Una empresa adquiere la siguiente deuda por $450,000 a una tasa del 10.15% s.a. con vencimiento a 20 meses. ¿Cuál es el monto final?

Problema 1 – Solución A

VP = $450,000 pesos

N= 1.667 años

NPER = 20 meses

i= 10.15% s.a.

1. Convertir tasa a mensual

$$\frac{0.1015}{12} = 0.845833\%$$

2. Calcular Interés generado

$$I = 450{,}000 * 20 * 0.00845833$$

$$I = 450{,}000 * 1.66667 * 0.1015$$

$$I = 76{,}125$$

3. Calcular Valor Final

$$VF = VP + I$$

$$VF = 450{,}000 + 76{,}125$$

$$VF = 526{,}125$$

Problema 1 – Solución B

VP = $450,000 pesos

N= 1.667 años

Nper = 20 meses

i= 10.15% s.a.

1. Convertir tasa a mensual

$$\frac{0.1015}{12} = 0.845833\%$$

2. Calcular Valor Final

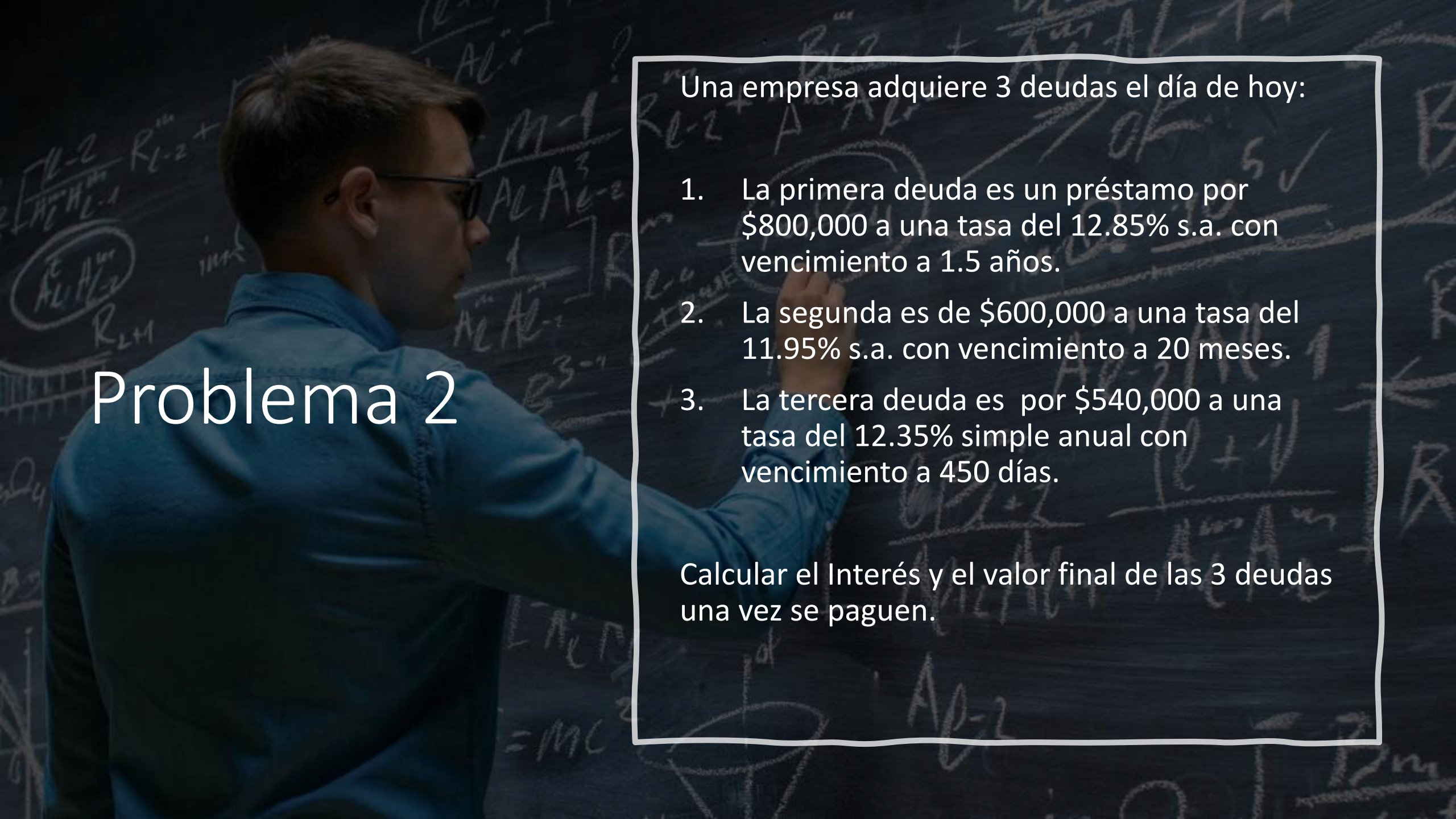
$$VF = VP * (1 + (i * nper))$$

$$VF = 450{,}000 * (1 + (0.00845833 * 20))$$

$$VF = 450{,}000 * (1 + (0.16916667))$$

$$VF = 450{,}000 * (1.16916667)$$

$$VF = 526{,}125$$



Problema 2

Una empresa adquiere 3 deudas el día de hoy:

1. La primera deuda es un préstamo por $800,000 a una tasa del 12.85% s.a. con vencimiento a 1.5 años.
2. La segunda es de $600,000 a una tasa del 11.95% s.a. con vencimiento a 20 meses.
3. La tercera deuda es por $540,000 a una tasa del 12.35% simple anual con vencimiento a 450 días.

Calcular el Interés y el valor final de las 3 deudas una vez se paguen.

Problema 2 Solución

Deuda 1

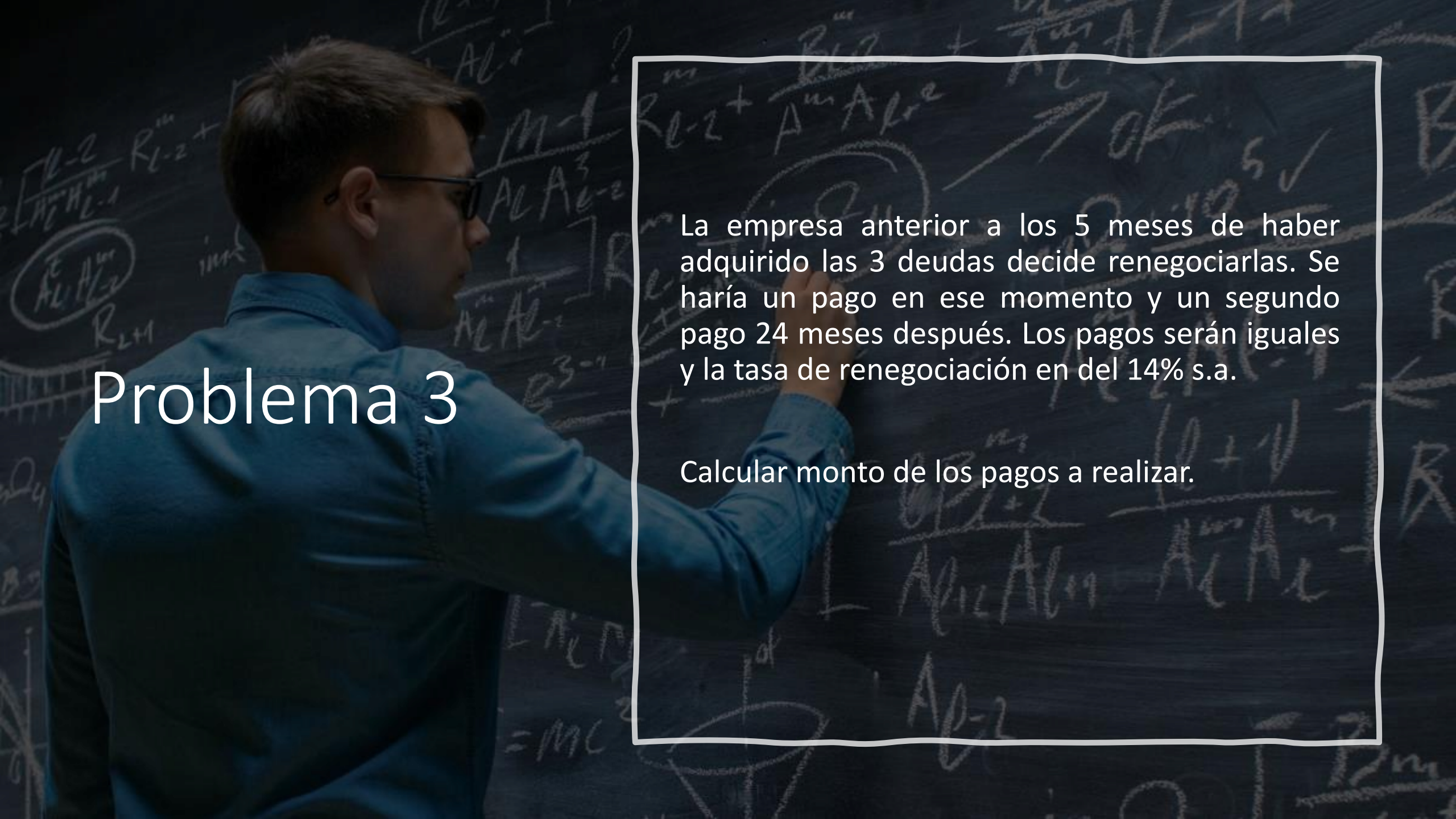
- Intereses =$154,200
- VF = $954,200

Deuda 2

- Intereses = $129,500
- VF = $719,500

Deuda 3

- Intereses = $83,362.50
- VF = $623,362.50



Problema 3

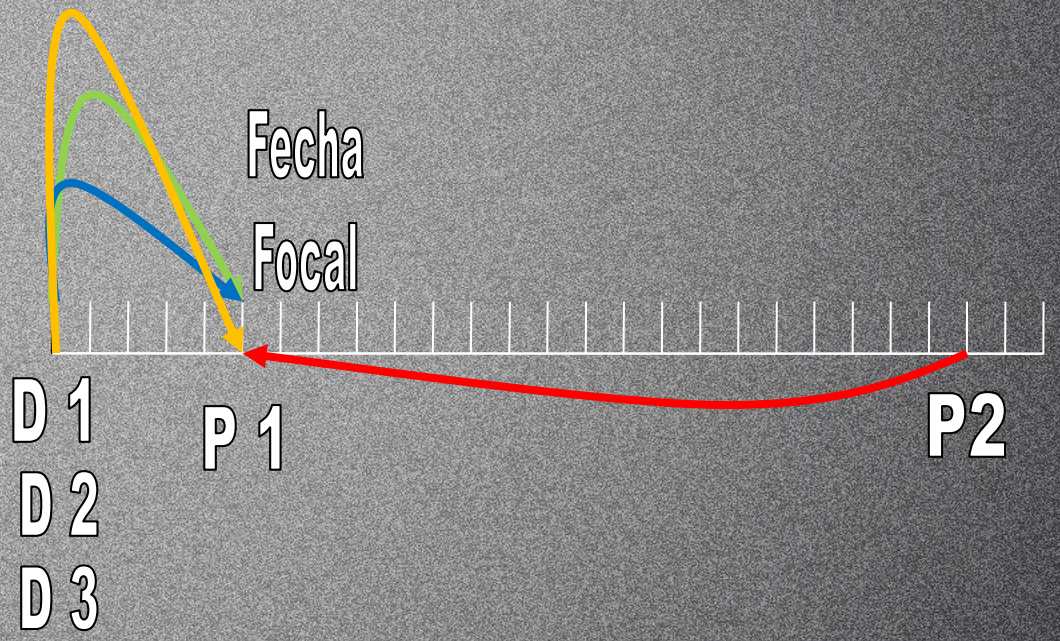
La empresa anterior a los 5 meses de haber adquirido las 3 deudas decide renegociarlas. Se haría un pago en ese momento y un segundo pago 24 meses después. Los pagos serán iguales y la tasa de renegociación en del 14% s.a.

Calcular monto de los pagos a realizar.

Problema 3 – Solución

Para poder resolver el problema anterior es necesario:

1. Conocer el VF de las 3 deudas
2. Validar las tasas de interés
3. Regresarlas al punto focal
4. Obtener el VF de la nueva deuda al plazo renegociado con su tasa.
5. Dividir el monto entre 2



Problema 3 Solución

TOTAL DE LAS 3 DEUDAS:

$ 2’297,062.50

MONTO DE LAS 3 DEUDAS AL MES 5

$ 2’028,786.16

VALOR FINAL DE LA DEUDA RENEGOCIADA A LOS 24 MESES

$ 2’596,846.28

MONTO DE CADA PAGO

$ 1’298,423.14

Interés compuesto

Es el interés que se genera sobre el capital una vez que se ha cumplido el límite de tiempo establecido para el ahorro, la inversión o el préstamo, y que al vencerse dicho plazo pasa a formar parte del capital inicial.

X.X% → NOMBRE/ APELLIDO

2.5% → SEMESTRAL / CAPITALIZABLE MENSUAL

EQUIVALENCIAS TASAS COMPUESTAS

X% NOMBRE → APELLIDO

25% ANUAL → SEMESTRAL

X% SEMESTRAL → BIMESTRAL

Un 25% anual capitalizable semestral es lo mismo que 11.89% semestral capitalizable bimestral.

$$ieq = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}} - 1$$

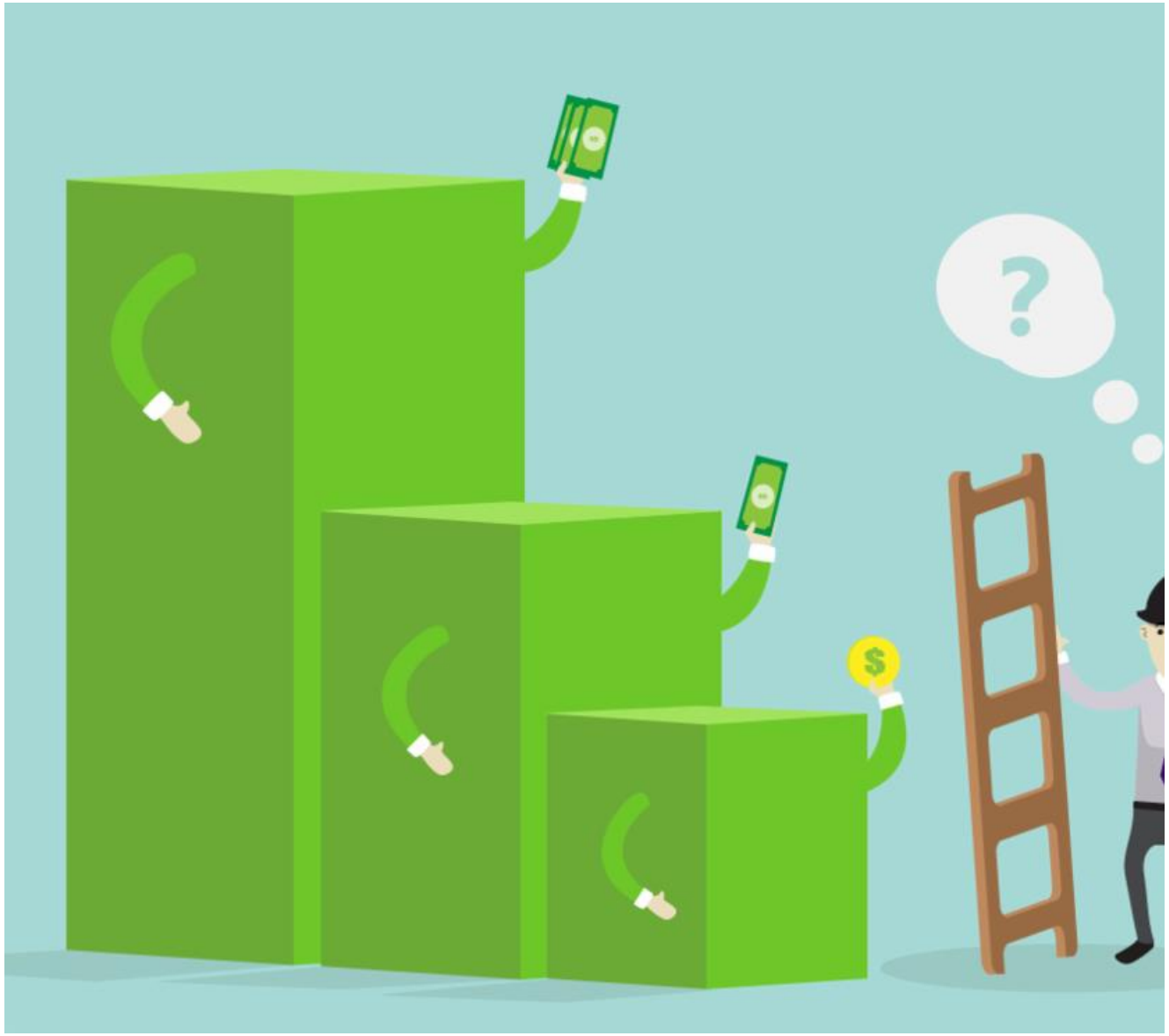
$$0.040 = \left(1 + \frac{0.25}{2}\right)^{\frac{2}{6}} - 1$$

$$0.2379\left(\frac{6}{2}\right) = 0.1189 = 11.89\%$$

Calcula las tasas equivalentes

- 12.43% anual capitalizable trimestral a anual capitalizable semestral
- 80.45% semestral capitalizable mensual a mensual capitalizable bimestral
- 29.93% bimestral capitalizable diario a trimestral capitalizable anual

$$ieq = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}} - 1$$



Características del Interés Compuesto

1. Como los intereses se van sumando al capital en cada periodo, este va aumentando.
2. Los intereses son cada vez mayores en cada periodo.
3. En cada nuevo periodo de inversión o crédito, el interés se calcula en base al capital actual.
4. Elementos que lo componen:
    1. Capital Inicial
    2. Tasa de Interés
    3. Tiempo de inversión

Fórmulas de Interés Compuesto

$$VP = \frac{VF}{\left(1 + \frac{i}{p}\right)^{n*p}}$$

$$VF = VP * \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{n*p}$$

- **VF** = Valor futuro o Monto generado.
- **VP** = Valor presente o Capital.
- **i** = Tasa de interés compuesto anual.
- **I** = Interés.
- **n**= Plazo en años.
- **p** = periodos en el año.

ANUALIDADES

Anualidades

Las anualidades son flujos iguales (pagos o depósitos) que se hacen a intervalos idénticos.

Hay varios tipos de anualidades:

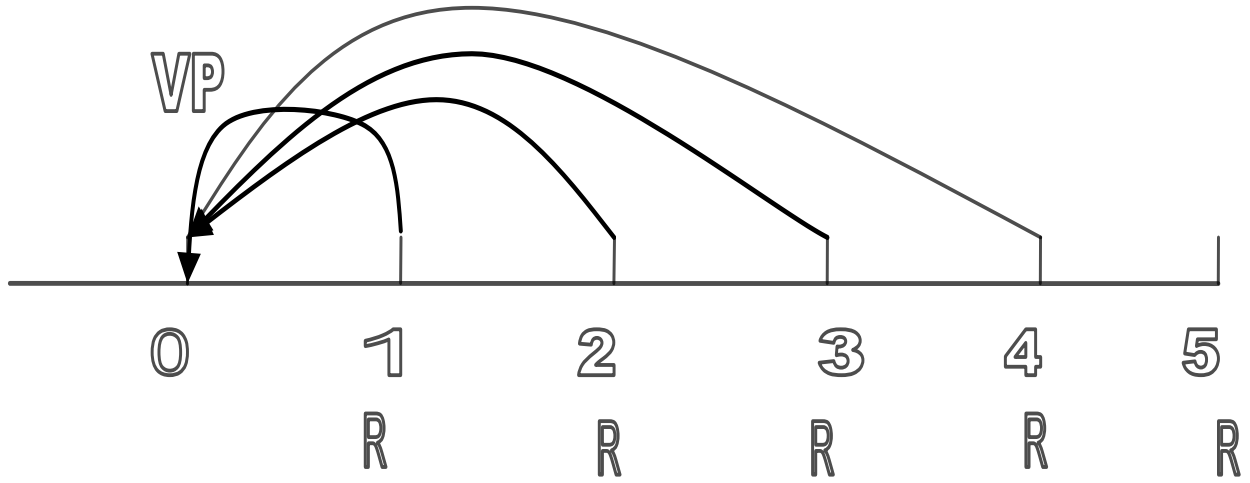
- Anualidad ordinaria o vencida
- Anualidad anticipada
- Anualidad diferida
- Anualidad perpetua

Anualidad vencida

La anualidad ordinaria es aquella en que los flujos (pagos o depósitos) se hacen al final de cada periodo, de ahí el nombre de anualidad vencida.

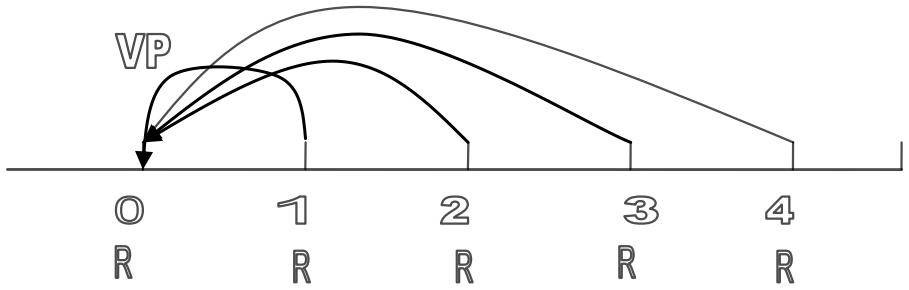
$$VP = R * \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{-np}}{\frac{i}{p}} \right]$$

Donde:
VP = valor presente de todos los pagos
R = el flujo, pago, depósito o renta
i = tasa nominal
p = número de periodos por año o periodicidad
n = plazo en años
np = número de pagos
I= intereses totales



Anualidad Anticipada

La anualidad anticipada es aquella en que los pagos o depósitos se hacen al inicio de cada periodo, o sea son flujos anticipados.

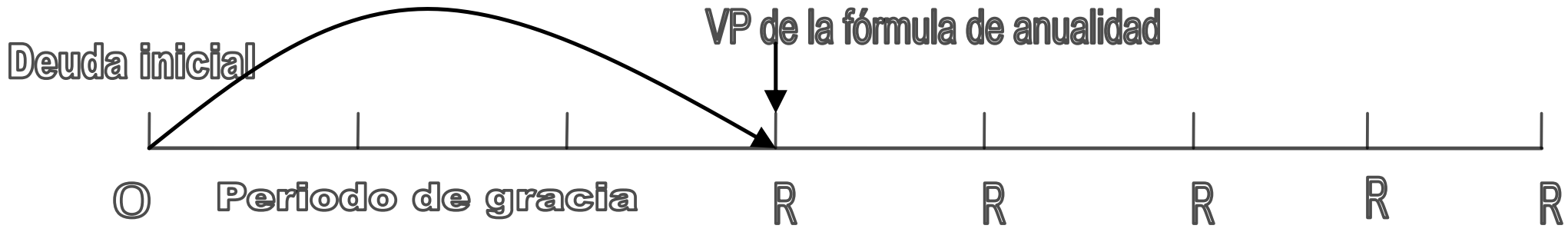


Donde:
VP = valor presente de todos los pagos
R = el flujo, pago, depósito o renta
i = tasa nominal
p = número de periodos por año o periodicidad
n = plazo en años
np = número de pagos
I= intereses totales

$$VP = R * \left(1 + \frac{i}{p}\right) * \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{-np}}{\frac{i}{p}}\right]$$

Anualidad Diferida

La anualidad diferida es aquella en la que se otorga un periodo de gracia en donde no se hace ningún pago hasta el término del mismo. Al término del periodo de gracias se comienzan a hacer los pagos. Es importante mencionar que durante el periodo de gracia la deuda va ganando intereses.



Para el cálculo se usan las fórmulas de interés compuesto para la parte del periodo de gracia y la de anualidad anticipada para la parte posterior al periodo de gracia.

Para el cálculo de intereses de usa: ***I = (np * R) - Deuda original***

Anualidad Perpetua

La anualidad perpetua consiste en un número infinito de pagos. Estos pagos son los intereses que genera un capital el cual nunca cambia ya que lo único que se devenga periodo tras periodo son los intereses que este genera.

$$R_{\infty} = VP * \left(\frac{i}{p} \right)$$

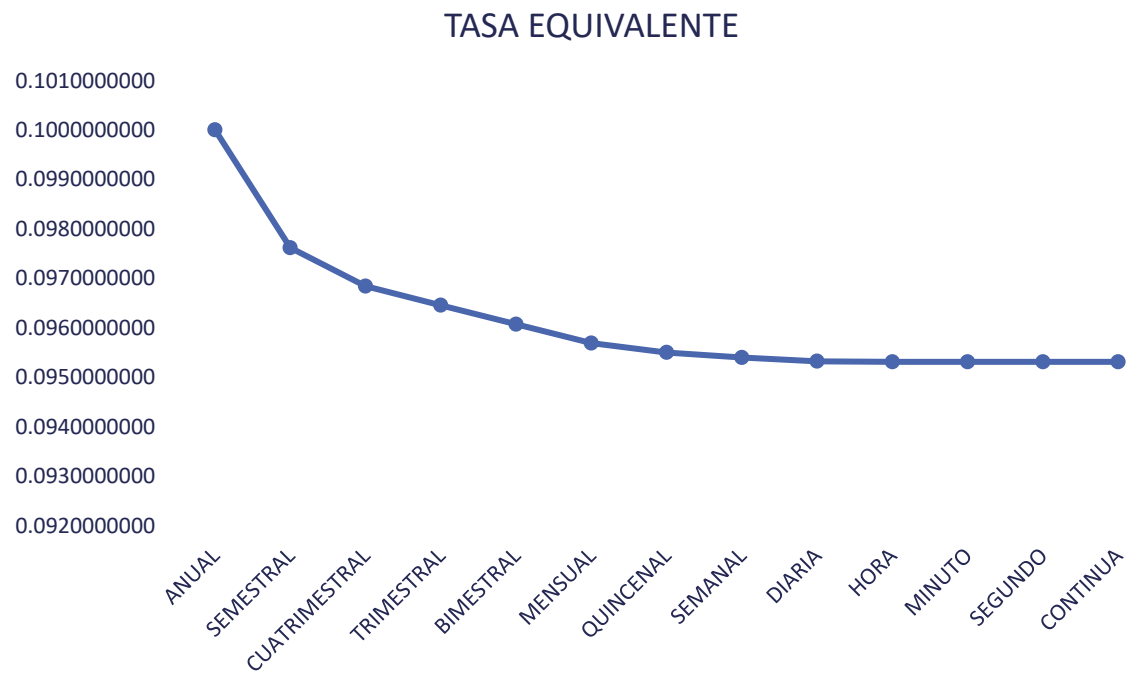
Interés continuo

Interés Continuo

El interés continuo es aquel que se capitaliza a cada instante. El dinero invertido a capitalización continua crece exponencialmente.

$$e^r = \left(1 + \frac{i}{p}\right)^p$$

PERIODO	TASA EQUIVALENTE
ANUAL	0.1000000000
SEMESTRAL	0.0976176963
CUATRIMESTRAL	0.0968403464
TRIMESTRAL	0.0964547563
BIMESTRAL	0.0960712066
MENSUAL	0.0956896851
QUINCENAL	0.0954996812
SEMANAL	0.0953975796
DIARIA	0.0953227976
HORA	0.0953107055
MINUTO	0.0953101886
SEGUNDO	0.0953101823
CONTINUA	0.0953101798



Interés continuo

Capitalizable continua – capitalizable ‘p’ periodos por año.

$$e^r = \left(1 + \frac{i}{p}\right)^p$$

- Para encontrar la tasa continua: $r = \ln\left(1 + \frac{i}{p}\right)^p$
- Para encontrar la tasa compuesta: $\left(\sqrt[p]{e^r} - 1\right) * p = i$

VF = Vp e^{r*n}

Asociación
Mexicana de
Inversionistas